

阀门关闭速度对 TVD 格式数值模拟水击影响分析

董 瑜¹, 刘 韩 生¹, 褚 洋²

(1. 西北农林科技大学 水利与建筑工程学院, 陕西 杨凌 712100; 2. 山东新汇建设集团有限公司, 山东 东营 257091)

摘要:采用总变差减小(TVD)格式模拟了一维有压管道水击过程,对管道中阀门突然关闭和缓慢关闭引起的水击压强进行了数值计算。通过改变阀门关闭速度,分析 TVD 格式对水击数值模拟精度的影响。结果表明,与传统经典差分二阶 MC 格式相比,阀门关闭速度越快,TVD 格式捕捉激波间断的能力越强,模拟水击波效果越好;当阀门关闭速度缓慢到一定程度,TVD 格式与 MC 计算方法所得结果基本吻合,与解析解最大误差不超过 2%。说明 TVD 格式是数值模拟水击现象行之有效的方法之一。

关 键 词:数值模拟; TVD 格式; 水击; 阀门关闭速度

中图分类号: TV131.4

文献标志码: A

DOI:10.16232/j.cnki.1001-4179.2015.12.014

水击现象是水电站运行管理过程中考虑的重要因素之一。有压管道的阀门突然关闭或开启过程中都会产生水击,水击产生的巨大冲击力可能导致管道的剧烈振动、破裂,以及其他设备的损坏,造成巨大的经济损失。所以研究分析水击,探讨水击规律,对水电站的建设、运行和管理有着重要的技术经济意义。

长期以来,水击的数值计算方法一直都是研究的热点方向,总的来看,研究方法主要有特征线法^[1]、有限差分法^[2]和有限元法^[3]等数值模拟方法。近年来,Harten^[4]提出的 TVD 格式在激波计算领域得到了广泛应用^[5-6],该方法只要采用统一的计算格式,便可以自动追踪激波的位置、强度和运动轨迹^[7],可以比较准确地计算含有间断的激波。目前 TVD 格式在水击波计算中已取得了初步的研究进展^[7-9],研究成果表明,TVD 格式具有较强的水击激波捕捉能力。但文献[8-9]仅计算阀门瞬间关闭的情况,对于阀门在不同关闭时间情况下,TVD 格式模拟水击波方面的影响没有进行深入的探讨。本文采用 TVD 格式计算不同阀门关闭速度下水击压强的大小,分析 TVD 格式对水击波的捕捉能力及其计算精度,探讨 TVD 格式适用条件。

1 控制方程

为便于计算和编程,且因最大水击压强增高值和

降低值与沿程摩阻以及管道角度相干性不大^[10],故本文选用水击的简化微分方程组分析计算。

一维水击简化方程组为一组线性双曲型偏微分方程,即

$$\text{连续性方程} \quad \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{c^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\text{运动方程} \quad \frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

式中, H 为测压管水头; v 为断面平均流速; c 为水击波速。

为了便于应用 TVD 格式,将方程(1)、(2)写成守恒形式^[8]

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$$\text{式中}, U = \begin{bmatrix} H \\ v \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} \frac{vc^2}{g} \\ gH \end{bmatrix}.$$

2 二阶 TVD 格式

考虑一维标量形式的双曲型守恒律

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f(u)}{\partial x} = 0 \\ u(x, 0) = u_0(x) \end{cases} \quad (4)$$

式中, f 为物理通量。

收稿日期:2015-02-08

作者简介:董 瑜,女,硕士研究生,研究方向为水力学与水工建筑物。E-mail:dongyuff@126.com

通信作者:刘韩生,男,教授,博士,硕士生导师,研究方向为水力学与水工建筑物。E-mail:hanshengliu@126.com

本文选用 Sweby^[11]构造的 TVD 格式进行水击计算,其差分格式可写为

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \lambda (H_{i+1/2}^n - H_{i-1/2}^n) \tag{5}$$

式中, $\lambda = \Delta t / \Delta x$ 为时空步长比,数值通量 H 的形式为

$$H_{i+1/2}^n = \frac{1}{2} (F_i + F_{i+1} + \sum_{l=1}^2 R_{i+1/2}^l \beta_{i+1/2}^l) \tag{6}$$

式中

$$\beta_{i+1/2}^l = - |a_{i+1/2}^l| [1 - \varphi(r) (1 - \lambda |a_{i+1/2}^l|)] a_{i+1/2}^l \tag{7}$$

式中, $a_{i+1/2}^l = R_{i+1/2}^{-1} (U_{i+1} - U_i)$ 为特征变量的差分; $R_{i+1/2}^l$ 为 $U_{i+1/2}$ 的右特征向量; $a_{i+1/2}^l$ 为 $U_{i+1/2}$ 矩阵的特征值, $l = 1, 2$; $\varphi(r)$ 为通量限制函数。本文选取 Roe 的 Superbee 型限量函数进行计算。

$$\varphi(r) = \max[0, \min(2r, 1), \min(r, 2)]$$

式中, $r = \frac{\Delta_{i+1/2} - \sigma u}{\Delta_{i+1/2} u}$, $\sigma = \text{sgn}(a_{i+1/2})$ 。

3 边界条件

有压管道上游边界条件为水位恒定不变的水库,下游边界条件为一可调开度的阀门。边界条件的具体处理方法参见文献[7],这里不再赘述。

4 算例

某水电站有一水平放置的管径不变的引水钢管,进口与水库相连,末端为阀门。已知管长 $L = 500 \text{ m}$,管径 $D = 1 \text{ m}$,恒定流时管中流速 $v_0 = 4 \text{ m/s}$,静水头 $H_0 = 100 \text{ m}$,管壁厚度 $\Delta = 10 \text{ mm}$ 。阀门开度按线性变化快速关闭,管道中将产生水击现象。本文着重研究阀门关闭速度对 TVD 格式数值模拟有压管道水击压力的影响,因此计算中按产生的直接水击和间接水击现象将阀门关闭时间分别设置为 $0.1, 0.2, 0.5, 1 \text{ s}$ 和 3 s 。

首先研究阀门突然关闭的情况,管道压力和流速在阀门断面存在强间断,能否准确捕捉间断波是衡量算法优劣的关键所在。为了说明 TVD 格式的模拟精度,同时采用经典差分二阶 Mac Cormack 格式对一维水击模型进行数值模拟。计算结果如图 1 所示。

TVD 格式能够准确捕捉水击间断处的激波,在间断处有很高的分辨率,间断宽度控制在 $3 \sim 4$ 个网格内,具有较高的精度,与解析解吻合较好;二阶 Mac-Cormack 格式在光滑处有较高的精度,但在间断波处存在非物理振荡,模拟效果欠佳。

当阀门关闭时间 $T_s < T = 1 \text{ s}$ 时,管道中将产生直接水击现象,如图 2 所示。阀门关闭速度越快,产生的激波间断越明显,TVD 格式越能发挥其捕捉激波能力

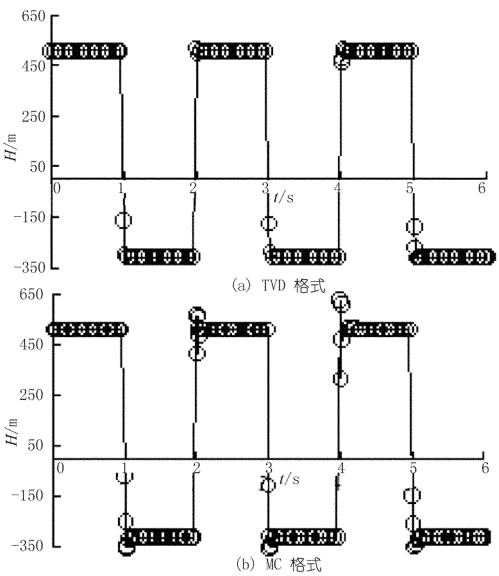


图 1 阀门瞬间关闭情况下,TVD 格式和 MC 格式计算结果

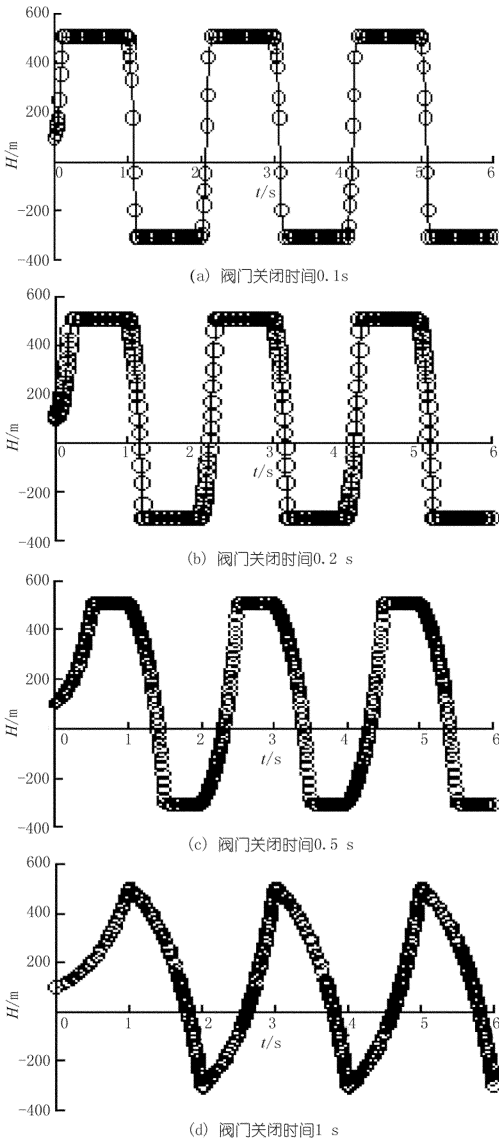


图 2 不同阀门关闭速度 TVD 格式计算结果

的优势,计算结果更准确;当阀门关闭时间慢到一定程度,接近 1 s 时,阀门断面水击压强连续变化,不再产生强间断水击波。

当阀门关闭时间 T_s 为 3 s 时,此时管道中出现间接水击现象。表 1 为 $T_s=3$ s 时,TVD 格式和 MC 格式计算结果。通过与解析解对比分析,在每相末,这两种计算格式都具有较高的计算精度,其中 TVD 格式计算结果最大误差不超过 2%。同时也说明了当阀门关闭速度较慢时,TVD 格式与常规的计算格式大同小异。

表 1 $T_s=3$ s 时阀门断面压力水头计算结果

相数	解析解 水头/m	MC 格式		TVD 格式	
		相对 误差/%	计算 水头/m	相对 误差/%	计算 水头/m
第 1 相末	161.910	161.478	0.267	161.081	0.5121
第 2 相末	194.560	193.688	0.448	193.339	0.6274
第 3 相末	195.220	194.912	0.158	194.719	0.2566
第 4 相末	4.780	4.862	1.715	4.889	2.2803
第 5 相末	195.220	194.912	0.158	194.719	0.2566
第 6 相末	4.780	4.862	1.715	4.889	2.2803
第 7 相末	195.220	194.912	0.158	194.719	0.2566

5 结 语

本文采用 Harten 提出的 TVD 格式对一维有压管道中阀门突然关闭和缓慢关闭引起的水击现象进行了数值模拟。通过改变阀门的关闭速度,计算得出了不同关闭时间条件下水击压强随时间的变化规律。计算结果表明:TVD 格式具有高分辨率、计算精度高等优点,能够有效模拟水击现象,特别是在阀门快速关闭的

情况下,其捕捉激波的能力与其他计算方法相比具有绝对优势;在阀门缓慢关闭的条件下,TVD 格式与常规方法计算结果基本吻合,皆具有较高的计算精度。TVD 格式是数值模拟水击现象行之有效的方法之一。

参考文献:

[1] E. B 怀利, V. L. 斯特里斯, 清华大学译. 瞬变流[M]. 北京: 水利水电出版社, 1983.

[2] 蒋仕章, 蒲家宁. 水力瞬变特征线法和隐式差分法的对比分析[J]. 油气储运, 2001, 20(1): 12-14.

[3] 孙新岭, 雍歧卫, 蒋明, 等. 有限元法在管道水击计算中的应用探索[J]. 后勤工程学院学报, 2006, (1): 67-69.

[4] Harten A. High resolution schemes for hyperbolic conservation laws [J]. J. of Comp Phy. 1983, 49: 357-393

[5] 胡光初. 二阶迎风 TVD 数值格式在非平衡高超音速钝体绕流中的运用[J]. 力学学报, 1994, 26(2): 140-148.

[6] 王嘉松, 倪汉根, 金生, 等. 用 TVD 显隐格式模拟溃坝波的演进与反射[J]. 水利学报, 1998, (5): 7-15.

[7] 刘韩生, 樊书刚, 张丹, 等. TVD 格式在水击数值模拟中的应用[J]. 水力发电学报, 2010, (4): 107-112.

[8] 张丹, 刘韩生, 李顺兵, 等. 水击的数值模拟方法比较[J]. 人民长江, 2008, (18): 75-76.

[9] 樊书刚, 刘韩生, 张一. 一维水击波的高精度数值模拟[J]. 水力发电, 2010, (4): 79-81

[10] 吴持恭. 水力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1982.

[11] Sweby P K. High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation law[J]. SLAMJ. Numer. Anal. , 1984, 21: 995-1011

(编辑:徐诗银)

Analysis on influence of valve's closing speed on numerical simulation
of water – hammer by TVD scheme

DONG Yu¹, LIU Hansheng¹, CHU Yang²

(1. College of Water Resources and Architectural Engineering, Northwest A&F University, Yangling 712100, China; 2. Shandong Xinhui Construction Group Co., Ltd., Dongying 257091, China)

Abstract: The Total Variation Diminishing (TVD) scheme is adopted to simulate one – dimensional pressure pipeline water hammer caused by sudden close and slow close of the valve. Through changing the valve's closing speed, the influence of TVD scheme on simulation accuracy of water hammer pressure is analyzed. The results show that the faster the valve closes, the better the shock wave intermittence was captured by TVD scheme, compared with the typical second difference MC scheme. When the valve's closing speed is reduced to a certain degree, the TVD scheme and conventional calculation method have the same accuracy, and their errors with analytic solution are less than 2%. The TVD scheme can effectively simulate the water hammer of pressure pipeline.

Key words: numerical simulation; TVD scheme; water hammer; valve closing speed