

# 考虑桩顶水平反力的水平受荷单桩弹塑性解析解

黄朝煊, 王贺瑶

(浙江省水利水电勘测设计院, 浙江 杭州 310002)

**摘要:**基于线性地基反力法和土体的弹塑性本构关系,对桩顶水平反力系数不为零时的水平受荷桩进行了研究,给出了桩顶土屈服临界荷载(水平力、弯矩)的耦合关系式。研究表明,当荷载大于临界荷载时,桩顶土发生塑性屈服,其塑性屈服深度随荷载的增加而增加,但其塑性区扩展速率随桩顶荷载的增加而逐渐减小。给出了弹性区与塑性区桩内力耦合的矩阵方程及其迭代求解格式;利用曲面拟合软件给出了塑性区换算深的计算公式。通过工程算例验证,证明该方法可靠快捷,便于手算,值得推广。

**关键词:**地基水平反力系数;水平受荷桩;桩顶水平反力参数;塑性区换算深;弹塑性耦合

中图法分类号:TV223

文献标志码:A

DOI:10.16232/j.cnki.1001-4179.2015.13.018

水平受荷单桩变形计算的地基反力法主要有:常数法<sup>[1]</sup>、桩基规范推荐的经典 m 法<sup>[2]</sup>、港口工程桩基规范中提出的 NL 法<sup>[3]</sup>、龚晓南等基于幂函数反力提出的弹塑性数值分析法<sup>[4]</sup>、Matlock 等提出的 p-y 曲线法以及吴恒立提出的双参数法等<sup>[5-6]</sup>。以上方法各有优点与不足,常数法未考虑地基反力系数随土层深度变化的影响,与工程实际差别较大;规范推荐的经典 m 法虽考虑地基反力系数随土层深度的线性关系,但未考虑桩顶土层地基反力的影响,即认为桩顶土层地基反力为 0,与工程实际中碎石垫层等刚性薄层的增强抗力作用不符;NL 法虽考虑土层反力随土层深度和水平变位幂函数的关系,较经典 m 法的线性关系有较大改进,但仍未考虑桩顶土层地基反力的影响,并且文献[3]中仅仅考虑水平作用力影响,未考虑弯矩耦合的情况;GUO W. D<sup>[4]</sup>、HSIUNG<sup>[5]</sup>考虑土层塑性变形的影响,但仍假定弹性段土反力与水平位移成线性关系,也未考虑桩顶土层地基反力的影响;龚晓南等考虑土层塑性变形的影响,并考虑了弹性段土的反力与水平位移成幂函数关系,但未能给出解析计算式,不便于工程设计人员应用推广;Matlock 等提出的 p-y 曲线法以及吴恒立提出的双参数法等不仅未考虑地表处土反力的影响,且计算同样复杂,只能用数值方法求解<sup>[7-8]</sup>,未给出解析计算式,不便于工程设计人员应用

推广;黄朝煊对规范推荐的经典 m 法进行了系统深入的总结,给出了半刚性桩和柔性桩的剪力、位移、弯矩等的简洁解析计算式,便于工程实际应用<sup>[9]</sup>,黄朝煊基于弹塑性理论,分析了土层反力系数对柔性桩桩身响应的影响,认为当桩侧土反力系数为非减函数时,对桩身响应起主导作用的桩侧土深度为  $1.25/\alpha$  ( $\alpha$  为桩特征值),即桩侧土在  $1.25/\alpha$  深度以下时,土反力系数的分布状况对桩身响应影响不大 ( $<1.7\%$ )<sup>[10]</sup>。

基于以上研究,笔者试图考虑桩顶土反力并结合桩侧土简化弹塑性本构关系,对水平受荷单桩计算进行深入研究,以便工程设计人员应用推广,提高设计效率。

## 1 水平受荷单桩弹性解析解

### 1.1 线性反力下柔性桩弹性解级数解法

桩顶土反力系数不为零时,水平受荷单桩计算简图如图 1 所示。

桩身弹性理论的平衡微分方程为

$$EIy^{(4)} + kby = 0 \quad (1)$$

式中,  $EI$  为桩的抗弯刚度,  $y$  为桩身水平位移,地基反力系数取线性函数,即  $k = m(x + x_0)$ 。

当桩顶水平位移小于土体的屈服位移  $y^*$  时,笔者

采用微分方程的级数解法求解方程(1),推导得弹性理论下柔性桩的通解为

$$\begin{bmatrix} y_X \alpha \\ \varphi_X \\ M_X/(\alpha EI) \\ Q_X/(\alpha^2 EI) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_3 & A_4 \\ B_1 & B_2 & B_3 & B_4 \\ C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ D_1 & D_2 & D_3 & D_4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} X_y \\ X_\varphi \\ X_M \\ X_Q \end{bmatrix} \quad (2)$$

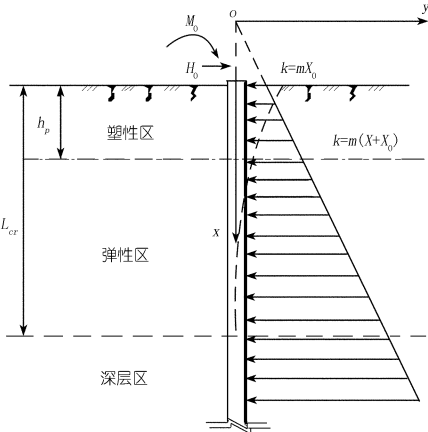


图 1 桩顶土反力系数不为零时水平受荷单桩计算简图

其中,柔性桩换算深度  $X = \alpha x$ ,直线反力系数法的桩特征值  $\alpha = (\frac{mb}{EI})^{0.2}$ ,参数  $y_X, \varphi_X, M_X, Q_X$  分别为桩身换算深度  $X$  处的水平位移、转角、弯矩及剪力,参数函数  $A_i, B_i, C_i, D_i$  均为关于深度无量纲量  $X$  的快速收敛一元级数函数(取前 5 项计算精度大于 99.8%)。

$$\begin{aligned} A_{1(X)} &= 1 - \frac{1!}{5!}X^5 + \frac{1!}{5!}\frac{6!}{10!}X^{10} + \dots + \\ &(-1)^i \frac{1!}{5!}\frac{6!}{10!}\dots \frac{(5i-4)!}{(5i)!}X^{5i} + \dots; \\ A_{2(X)} &= X - \frac{2!}{6!}X^6 + \frac{2!}{6!}\frac{7!}{11!}X^{11} + \dots + \\ &(-1)^i \frac{2!}{6!}\frac{7!}{11!}\dots \frac{(5i-3)!}{(5i+1)!}X^{5i+1} + \dots; \\ A_{3(X)} &= \frac{1}{2}[X^2 - \frac{3!}{7!}X^7 + \frac{3!}{7!}\frac{8!}{12!}X^{12} + \dots + \\ &(-1)^i \frac{3!}{7!}\frac{8!}{12!}\dots \frac{(5i-2)!}{(5i+2)!}X^{5i+2} + \dots]; \\ A_{4(X)} &= \frac{1}{6}[X^3 - \frac{4!}{8!}X^8 + \frac{4!}{8!}\frac{9!}{13!}X^{13} + \dots + \\ &(-1)^i \frac{4!}{8!}\frac{9!}{13!}\dots \frac{(5i-1)!}{(5i+3)!}X^{5i+3} + \dots]。 \end{aligned}$$

其他参数为

$$\begin{cases} B_{i(X)} = \frac{dA_{i(X)}}{dX} \\ C_{i(X)} = \frac{d^2A_{i(X)}}{dX^2} \\ D_{i(X)} = \frac{d^3A_{i(X)}}{dX^3} \end{cases} \quad (3)$$

1.2 基于拟合理论和虚拟桩法的弹性解析解

依据文献[1-2],地面以下任意一深度  $X$  桩身的位移与应力为

$$\begin{cases} y_z = \frac{1}{\alpha^3 EI} [A_y H_\Delta + B_y (\alpha M_\Delta)] \\ Q_z = A_Q H_\Delta + B_Q (\alpha M_\Delta) \\ M_z = \frac{1}{\alpha} [A_M H_\Delta + B_M (\alpha M_\Delta)] \end{cases} \quad (4)$$

其中,系数  $A_i, B_j$  是桩的换算深  $\alpha x$  的函数,由公式(3)计算,待定参数  $M_\Delta, H_\Delta$  由桩顶边界条件确定。当桩的换算深  $\alpha x \in (0, 2)$  时,可通过 CurveExpert 软件拟合分析得到,该软件能自动在几十种不同类型函数(有理函数、幂函数、指数函数等)中选取相关系数最大的最优拟合函数(当然还有考虑到函数表达式的简洁实用),得到高精度的数学拟合计算公式

$$\begin{cases} A_y = 2.46 - 1.808X + 0.3235X^2 \\ B_y = 1.607 - 1.656X + 0.4113X^2 \\ A_Q = 0.3212 + 0.7078\cos(1.383X + 0.219) \\ B_Q = -0.227 + 0.2546\cos(1.635X + 0.398) \\ A_M = -0.0051 + 1.136X - 0.416X^2 \\ B_M = 1.01 - 0.015X - 0.1475X^2 \end{cases} \quad (5)$$

依据桩顶  $X = X_0$  处满足水平力、弯矩等边界条件,联立两方程得

$$\begin{bmatrix} A_Q & B_Q \\ A_M & B_M \end{bmatrix}_{X_0} \begin{bmatrix} H_\Delta \\ \alpha M_\Delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_0 \\ \alpha M_0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中,  $M_\Delta, H_\Delta$  为弹性通解方程(4)的待定参数,解得

$$\begin{bmatrix} H_\Delta \\ \alpha M_\Delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_Q & B_Q \\ A_M & B_M \end{bmatrix}_{X_0}^{-1} \times \begin{bmatrix} H_0 \\ \alpha M_0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

即知

$$y_0 = \frac{H_0}{\alpha^3 EI} [A_y \quad B_y]_{X_0} \begin{bmatrix} A_Q & B_Q \\ A_M & B_M \end{bmatrix}_{X_0}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ (\alpha M_0/H_0) \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中,  $y_0$  为桩顶水平位移,  $M_0, H_0$  为桩顶弯矩和剪力。

1.3 塑性区解析解

GUO W. D. 给出了土体水平受荷下弹塑性屈服模型<sup>[4]</sup>,在塑性阶段土体的反力为常数, Hsiung 建议黏土的屈服位移取<sup>[5]</sup>

$$y^* = 20\varepsilon_c b \quad (9)$$

式中,  $\varepsilon_c$  为应变,可根据土的状态取值,一般为 0.005~0.02。

依据弹性理论,桩顶水平变位大于土屈服位移  $y^*$  时,需考虑塑性区变形影响,当桩顶层土刚好屈服,即

公式(9)左右两边相等时,即为发生塑性屈服的临界情况,此时桩顶荷载(弯矩、剪力)满足以下耦合关系

$$\frac{\alpha^3 EI y^*}{H_0} = [A_y \quad B_y]_{x_0} [A_Q \quad B_Q]_{x_0}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ (\alpha M_0/H_0) \end{bmatrix} \quad (10)$$

图 2 为桩顶层土处于临界屈服状态时参数  $H_0/\alpha^3 EI y^*$  与  $X_0, \alpha(M_0/H_0)$  之间的关系,可见桩顶水平反力系数越大,对阻止桩顶水平变形就越有利。

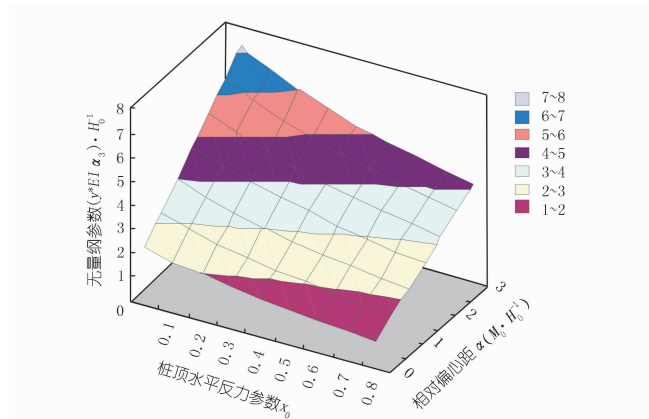


图 2 桩顶层土处于临界屈服状态时参数  $H_0/\alpha^3 EI y^*, X_0, \alpha(M_0/H_0)$  之间的关系曲面

塑性区解析解分析时取桩顶为原点,设塑性区换算深为  $X_p$ ,对于塑性区满足微分方程

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + m_0(x_0 + x)by^* = 0 \quad (11)$$

式中,各参数意义见关于公式(1)的解释,土屈服位移  $y^*$  为常数,其中边界条件为:① 位移协调  $y|_{x=0} = y_0$ ; ② 转角协调  $\frac{dy}{dx}|_{x=0} = \varphi_0$ ; ③ 弯矩协调  $-EI \frac{d^2 y}{dx^2}|_{x=0}$

$= M_0$ , ④ 剪力协调  $-EI \frac{d^3 y}{dx^3}|_{x=0} = Q_0$ 。

塑性区无量纲解析解为

$$\begin{cases} \frac{y}{y^*} = -(\frac{1}{5!}X^5 + \frac{1}{4!}X_0X^4) + \frac{1}{3!}K_3X^3 - \frac{1}{2!}K_2X^2 - K_1X + K_0 \\ \frac{\varphi}{\alpha y^*} = -(\frac{1}{4!}X^4 + \frac{1}{3!}X_0X^3) + \frac{1}{2!}K_3X^2 - K_2X - K_1 \\ \frac{M}{\alpha^2 EI y^*} = (\frac{1}{3!}X^3 + \frac{1}{2!}X_0X^2) - K_3X + K_2 \\ \frac{Q}{\alpha^3 EI y^*} = (\frac{1}{2!}X^2 + X_0X) - K_3 \end{cases} \quad (12)$$

式中,  $K_0, K_1, K_2, K_3$  为塑性区解析解积分参数,可由桩顶边界条件及弹塑性交界面耦合条件联立求解;换算桩深  $X = \alpha x$ ,塑性区换算深  $X_p = \alpha x_p$ ,桩顶满足

弯矩、剪力外荷载边界条件,同时满足弹塑性边界处的屈服位移条件和内力连续性条件。

### 1.4 弹塑性耦合方程及其求解

依据桩顶荷载条件、弹塑性边界上的位移屈服条件、弹塑性边界上内力连续性条件以及长桩足够深处的响应(水平位移、转角)为 0 条件,得到以下弹塑性耦合方程

$$\begin{bmatrix} E_1 & E_2 & 0 \\ 0 & E_3 & E_4 \\ 0 & 0 & E_5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{y_0}{y^*} & \frac{\varphi_0}{\alpha y^*} & K_0 & K_1 & K_2 & K_3 & M_y & M_\varphi & M_M & M_Q \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{M_0}{\alpha^2 EI y^*} & \frac{H_0}{\alpha^3 EI y^*} & f_1 & f_2 & f_3 & f_4 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (13)$$

其中,

$$\begin{cases} f_1 = \frac{1}{5!}X_p^5 + \frac{1}{4!}X_0X_p^4, \\ f_2 = \frac{1}{4!}X_p^4 + \frac{1}{3!}X_0X_p^3, \\ f_3 = -(\frac{1}{3!}X_p^3 + \frac{1}{2!}X_0X_p^2), \\ f_4 = -(\frac{1}{2!}X_p^2 + X_0X_p) \end{cases} \quad (14)$$

分块矩阵分别为

$$\begin{aligned} E_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, E_2 = \begin{bmatrix} -1 & & & \\ 0 & -1 & & \\ 0 & 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ E_3 &= \begin{bmatrix} 1 & -X_p & -\frac{X_p^2}{2!} & \frac{X_p^3}{3!} \\ 0 & -1 & -X_p & \frac{X_p^2}{2!} \\ 0 & 0 & 1 & -X_p \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \\ E_4 &= \begin{bmatrix} -A_1 & -A_2 & -A_3 & -A_4 \\ -B_1 & -B_2 & -B_3 & -B_4 \\ C_1 & C_2 & C_3 & C_4 \\ D_1 & D_2 & D_3 & D_4 \end{bmatrix}_{X=X_0+X_p}, \\ E_5 &= \begin{bmatrix} A'_1 & A'_2 & A'_3 & A'_4 \\ B'_1 & B'_2 & B'_3 & B'_4 \end{bmatrix}_{X=X_\infty} \end{aligned} \quad (15)$$

式中,  $X_0, X_p, K_0, K_1, K_2, K_3$  等参数意义同上文,新的待求未知量为塑性区换算深  $X_p$ ,塑性区积分参数  $K_0, K_1, K_2, K_3$ ,弹性区解析解参数  $M_y, M_\varphi, M_M, M_Q$ ,以

及桩顶水平位移  $y_0$ 、桩顶转角  $\varphi_0$ ，共有 11 个待求未知数，并有 11 个方程(矩阵方程(13)含 10 个方程，加上弹塑性边界屈服条件方程(16))，可采用迭代算法求解以上非线性方程。

参数向量  $[M_y \quad M_\varphi \quad M_M \quad M_Q]^T = -\frac{1}{ay^*}[X_y \quad X_\varphi \quad X_M \quad X_Q]^T$ ，参数  $X_y$ 、 $X_\varphi$ 、 $X_M$ 、 $X_Q$  含义见公式(2)。

一般认为柔性长桩足够深  $X_\infty$  处的水平位移与转角均为 0，其中式(15)下标  $X_\infty$  取值一般可为  $X_\infty = X_0 + X_p + 4$ ，笔者通过计算分析认为取  $X_\infty = 7$  便能满足足够精度(当然  $X_\infty$  越大对计算精度就越有利，但取值太大会导致矩阵运算不便，取  $X_\infty = 7$  便能达到 99.7% 以上精度)，同时在塑性区换算深  $X_p$  处水平位移等于屈服位移  $y^*$ ，即

$$g(X_p) = \begin{bmatrix} 1 & -X_p & -\frac{X_p^2}{2!} & \frac{X_p^3}{3!} \end{bmatrix} \times$$
$$\begin{bmatrix} K_0 & K_1 & K_2 & K_3 \end{bmatrix}^T - \left( \frac{1}{5!}X_p^5 + \frac{1}{4!}X_0X_p^4 \right) = 1$$

(16)

其中记号函数  $g(X_p)$  等于方程式(16)左边函数值，通过迭代试算法求解。

笔者通过大量计算认为，用试算法求塑性区深度  $X_p$  时的起始值可取  $X_p^{(0)} = 0.5(y_e/y^* - 1)^{0.5}$ ，其中  $y_e$  为依据完全弹性理论公式(8)算得的桩顶水平位移；将依据初始  $X_p^{(0)}$  算得的参数向量  $[K_0, K_1, K_2, K_3]^{(0)}$  代入公式(16)左边函数  $g(X_p)$ ，若  $g(X_p) \neq 1$ ，则取第二次试算塑性区深度  $X_p$  为  $X_p^{(1)} = g_{(X_p^{(0)})}X_p^{(1)}$ ；将依据初始  $X_p^{(1)}$  算得的参数向量  $[K_0, K_1, K_2, K_3]^{(1)}$  代入公式(16)左边函数  $g(X_p)$ ，若  $g(X_p) \neq 1$ ，则重复第三次试算塑性区深度  $X_p$  为  $X_p^{(2)} = g_{(X_p^{(1)})}X_p^{(1)}$ ，直至  $|g_{(X_p^{(i)})} - 1| < 0.01$  则可近似认为  $X_p^{(i)}$  即为待求的塑性区深度值。该迭代求解过程简单快捷，工程师在 Excel 中便能实现快捷迭代求解。

1.5 弹塑性耦合方程的定量分析

在给定的桩顶层土水平反力系数的无量纲参数  $X_0$ 、无量纲塑性区深度  $X_p$  时，方程(13)左边系数矩阵为常数矩阵，右边向量是常数  $f_1$ 、 $f_2$ 、 $f_3$ 、 $f_4$  及荷载参数  $M_0/\alpha^2EIy^*$ 、 $H_0/\alpha^3EIy^*$ ，通过方程(13)便能相应求出荷载参数  $M_0/\alpha^2EIy^*$ 、 $H_0/\alpha^3EIy^*$  满足的耦合条件，即产生一定塑性区换算深下所需外荷载(桩顶水平力、桩顶弯矩)的耦合关系。通过数值计算分析，得出桩顶水平反力参数  $X_0$  分别为 0、0.2、0.4、0.6 时，产生不同塑性区换算深  $X_p$  (0、0.2、0.4、0.6、0.8、1.0)时桩顶

外荷载(剪力参数  $H_0/\alpha^3EIy^*$ )所满足的关系，见图 3。

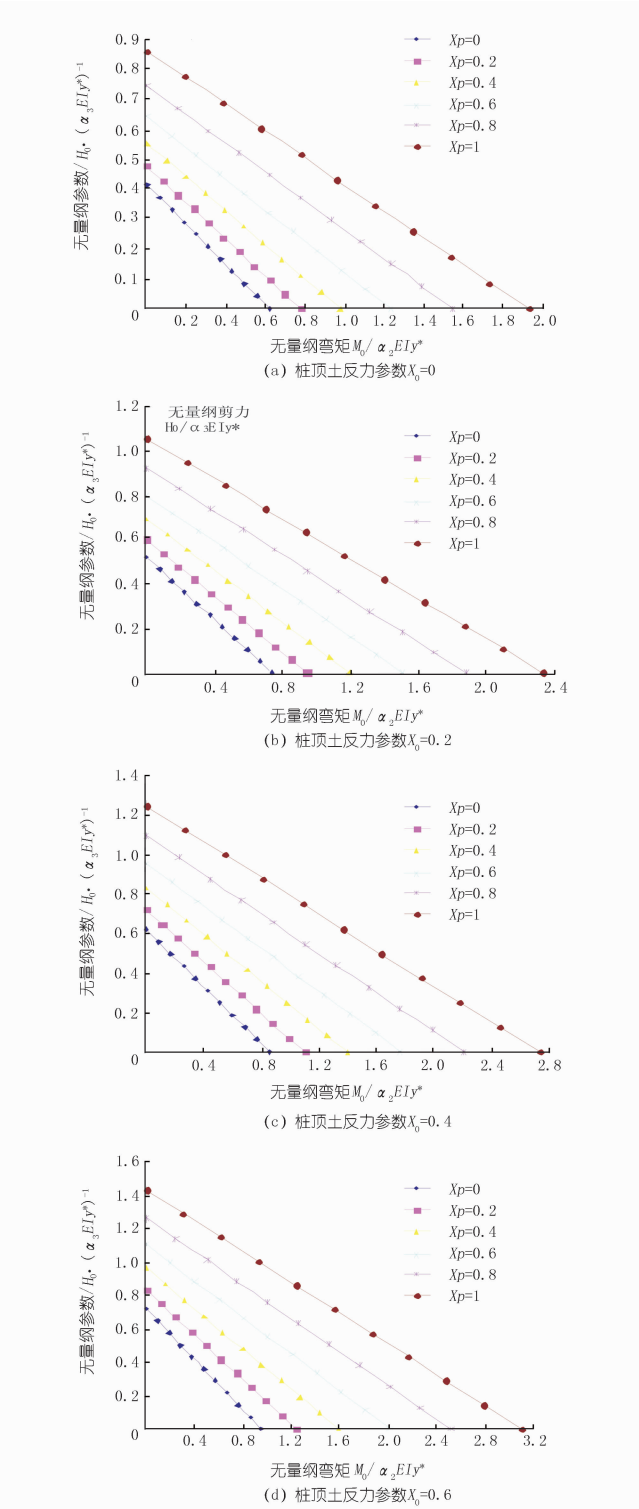


图 3 不同桩顶土反力参数时荷载耦合曲线与塑性区无量纲深度关系

(1) 桩顶水平反力参数  $X_0$  越大、桩顶荷载越小(弯矩参数  $M_0/\alpha^2EIy^*$ 、剪力参数  $H_0/\alpha^3EIy^*$ )，则桩侧土塑性区换算深  $X_p$  越小；

(2) 在桩顶水平反力参数  $X_0$  一定时，要使桩侧土塑性区换算深  $X_p$  相同，则桩顶弯矩参数  $M_0/\alpha^2EIy^*$  与

剪力参数  $H_0/\alpha^3 EI y^*$  呈减函数关系,即桩顶弯矩参数越大,则耦合剪力参数越小;

(3) 随着塑性区深度的逐渐增大,桩顶处增加相同外荷载时,导致塑性区深度的增加量逐渐减小,即塑性区深度随桩顶荷载的扩展速率逐渐减小。

通过以上成果分析知,在桩顶水平反力参数  $X_0$ 、桩侧土塑性屈服换算深为  $X_p$  时,桩顶弯矩、剪力荷载耦合条件为

$$\lambda_M(\frac{M_0}{\alpha^2 EI y^*}) + \lambda_Q(\frac{H_0}{\alpha^3 EI y^*}) = 1 \tag{17}$$

式中,  $\lambda_M$ 、 $\lambda_Q$  是桩顶水平反力参数  $X_0$ 、桩侧土塑性屈服换算深  $X_p$  的二元函数。

通过曲面拟合软件 TableCurve3D. V4.0 软件,对工程实践中常用范围内的参数  $\lambda_M$ 、 $\lambda_Q$  进行多项式曲面拟合得

$$\begin{cases} \lambda_M = (-0.135X_0^3 + 0.307X_0^2 - 0.333X_0 + 0.627)X_p^2 + (0.667X_0^3 - 1.466X_0^2 + 1.479X_0 - 1.718)X_p + (-0.688X_0^3 + 1.568X_0^2 - 1.657X_0 + 1.615) \\ \lambda_Q = (-0.188X_0^3 + 0.404X_0^2 - 0.400X_0 + 0.444)X_p^2 + (1.052X_0^3 - 2.286X_0^2 + 2.184X_0 - 1.710)X_p + (-1.323X_0^3 + 2.986X_0^2 - 3.058X_0 + 2.431) \end{cases} \tag{18}$$

将参数  $\lambda_M$ 、 $\lambda_Q$  代入公式(16),得到塑性区换算深度  $X_p$  与桩顶弯矩、水平剪力、桩顶土反力参数  $X_0$  三者之间的三元函数关系

$$G_2 X_p^2 + G_1 X_p + G_0 = 1 \tag{19}$$

其中参数:

$$\begin{aligned} G_2 &= (-0.135X_0^3 + 0.307X_0^2 - 0.333X_0 + 0.627) \times (\frac{M_0}{\alpha^2 EI y^*}) + (-0.188X_0^3 + 0.404X_0^2 - 0.400X_0 + 0.444) (\frac{H_0}{\alpha^3 EI y^*}); \\ G_1 &= (0.667X_0^3 - 1.466X_0^2 + 1.479X_0 - 1.718) \times (\frac{M_0}{\alpha^2 EI y^*}) + (1.052X_0^3 - 2.286X_0^2 + 2.184X_0 - 1.710) (\frac{H_0}{\alpha^3 EI y^*}); \\ G_0 &= (-0.688X_0^3 + 1.568X_0^2 - 1.657X_0 + 1.615) \times (\frac{M_0}{\alpha^2 EI y^*}) + (-1.323X_0^3 + 2.986X_0^2 - 3.058X_0 + 2.431) (\frac{H_0}{\alpha^3 EI y^*}). \end{aligned}$$

求解二次方程(19),得桩侧土塑性区换算深为

$$X_p = \frac{-G_1 + \sqrt{G_1^2 - 4G_2(G_0 - 1)}}{2G_2} \tag{20}$$

求出  $X_p$  后代入方程(13),在 Excel 中便能直接求解线性矩阵方程(13),得桩身、桩顶响应。限于篇幅,本文未给出相应桩顶水平位移的数值查算表。

2 算例分析

Mohan 等于 1971 年报道了一系列水平荷载桩的现场试验结果<sup>[5]</sup>,其中 # IN1 桩为钢管桩,入土深度为 5.25 m,直径为 10 cm,桩特征值 1.63 1/m,抗弯刚度  $EI = 313.6 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$ ,桩顶和桩底的约束条件均为自由。桩周土的特性如下:0 ~ 3.3 m 为砂土,相对密度为 75%,孔隙比为 48%,密度为 2.05 g/cm<sup>3</sup>;3.3 ~ 6.0 m 为黏土,液限为 48%,塑限为 27%,塑性指数为 21%。土层的反力系数  $k = m_0(x_0 + x)$ ,土的参数取值  $m_0 = 2.4 \times 10^4 \text{ kN/m}^4$ ,  $x_0 = 0.3 \text{ m}$ ;土的屈服位移  $y^* = 3.75 \text{ mm}$ 。水平力  $H_0 = 4.9 \text{ kN}$ ,力矩  $M_0 = 0 \text{ kN} \cdot \text{m}$ 。

将本文理论解与实测解成果比较列于表 1。

表 1 半经验弹塑性解析解与弹塑性数值分析法成果对比

mm

弹性理论	本文弹塑性成果		实测
	土屈服位移 $y^*$	弹塑性成果 $y_0$	成果
6.42	3.75	8.37	8.9

由表 1 可知,Hsing 等在假定弹性段土反力与水平位移成线性关系、塑性段土反力为常数的条件下,实测桩顶位移为 8.9 cm,模型计算值为 10 cm,比实测值偏大 12.35%;张磊、龚晓南等采用的幂函数反力系数形式(文献[6]中未明确描述幂函数反力系数相关参数是如何获得的)计算得到的桩顶位移为 8.8 cm<sup>[6]</sup>,与实测值较接近,但桩身其余不同深度处位移与实测值偏差相对较大;本文由于相关土层反力系数选择与 Hsing、张磊、龚晓南存在差异等原因,所得弹塑性解的桩顶位移 8.37 cm,比实测值偏小 6.33%,基本满足工程设计精度要求。笔者希望能结合现场试桩相关数据,反分析出本文模型的相关参数,这样便能提高工程设计的可靠性和计算精度要求。

3 结论

本文基于地基线性反力法和土体的典型弹塑性本构关系,对桩顶水平反力系数不为零时的水平受荷桩进行了研究,主要得出以下结论。

(1) 采用级数法给出长桩的弹性通解,基于拟合理论和虚拟桩法给出了桩顶水平反力系数不为零时的

桩身位移、内力弹性解析解,为工程应用提供方便。

(2) 基于土体的典型弹塑性本构关系,给出了桩侧土发生塑性屈服时临界荷载(弯矩、剪力)的耦合条件;当桩顶荷载大于临界耦合条件时,其塑性屈服区深度随桩顶荷载的增加而增加,但其塑性区扩展速率随桩顶荷载的增加而逐渐减小。

(3) 给出了弹性区与塑性区桩内力耦合矩阵方程及其迭代求解格式,利用曲面拟合软件给出了塑性区换算深的计算公式,结合线性矩阵方程,可求得桩身内力及桩顶处的水平位移。最后工程算例验证表明,该法可靠快捷,便于手算推广。

#### 参考文献:

- [1] 刘金砺. 桩基础设计与计算[M]. 北京:中国建筑工程工业出版社, 1990.
- [2] JGJ94-2008 建筑桩基技术规范[S].
- [3] JTS 167-4-2012 港口工程桩基规范[S].

- [4] Guo W D. On limiting force profile, slip depth and response of lateral piles[J]. Computers and Geotechnics, 2006, 33(1): 47-67.
- [5] Hsiung Y M. Theoretical elastic-plastic solution for laterally loaded piles[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2003, 129(6): 475-480.
- [6] 张磊, 龚晓南. 水平荷载单桩计算的非线性地基反力法研究[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(2): 309-314.
- [7] Matlock H. Correlations for design of laterally loaded piles in soft clay [C] // Proceedings of the 2nd Annual Offshore Technology Conference, Houston, 1970: 577-594.
- [8] 吴恒立. 计算推力桩的综合刚度原理和双参数法(第二版)[M]. 北京:人民交通出版社, 2000.
- [9] 黄朝焯. 水平受荷单桩计算的半经验弹塑性解析解[J]. 长江科学院院报, 2013, 33(2): 309-314.
- [10] 黄朝焯. 地基土反力系数对水平受荷单桩响应的影响分析[J]. 中国农村水利水电, 2013, (9): 122-125.

(编辑:郑毅)

## Elastic - Plastic analytical solution of laterally loaded pile considering anti - force coefficient of top foundation

HUANG Chaoxuan, WANG Heyao

(Zhejiang Provincial Water Conservancy and Hydropower Survey and Design Institute, Hangzhou 310002, China)

**Abstract:** Based on the elastic-plastic constitutive relation and linear subgrade reaction method, the laterally loaded pile is studied considering the anti-force coefficient of top foundation, and the coupled relationship of critical load (horizontal force, moment) is given when the top soil of the pile yields. The results show that the top soil begin to yield when the lateral load reaches to the critical load, and the plastic depth increases with the load, but the expansion rate of plastic zone gradually decreases with the load's increasing. The coupling matrix equations of the pile internal force in elastic zone and plastic zone are given, and also its iterative solution format is obtained. The formula of conversion depth of plastic zone is given by surface fitting software. Through a numerical example, the presented method is proved reliable and effective.

**Key words:** coefficient of horizontal reaction force of foundation; laterally loaded pile; anti-force coefficient of top foundation; conversion depth of plastic zone; elasto-plastic coupling

(上接第 57 页)

## Development and application of material database of hydraulic metal structure based on CATIA

YANG Mingsong, JIA Gang

(HydroChina Chengdu Engineering Corporation Limited, Chengdu 617002, China)

**Abstract:** According to the characteristics of the hydraulic metal structure, CATIA structural design module is introduced into the field of hydraulic metal structure to develop the metal structure material database. Taking a hydraulic plane steel gate as an example, the application process of the module in design of the gate is described. The time for 3D design of the gate is shortened significantly and the design efficiency is improved compared with the single part design module. It can be popularized in the field of hydraulic metal structure design.

**Key words:** CATIA; structural design; material database; plane gate