

一种基于闭合导线的条件平差方法探讨

陶 顺 勇, 宋 华 山, 钱 征, 陈 锁

(长江三峡勘测研究院有限公司(武汉), 湖北 武汉 430074)

摘要:导线测量具有布设简单、选点方便等特点,特别是在建筑物较多而通视困难的情况下应用灵活。介绍了条件平差原理以及求解闭合导线条件平差的方法。以福建仙游抽水蓄能电站工程为例,选用上水库导流洞进口导线加密,运用导线条件平差理论,在 Visual FoxPro 环境下进行程序设计与编写,从而实现闭合导线条件平差。经工程检验,该方法测量精度高,能满足工程建设要求,具有较强的实用性。

关键词:闭合导线; 条件平差; 计算方法

中图法分类号: P21

文献标志码: A

DOI:10.16232/j.cnki.1001-4179.2015.14.022

导线测量作为控制测量的一个分支,已经成为工程建设中普遍采用的平面控制手段。无论是在复杂的山区还是平原,导线测量都可以解决测量中所遇到的各种问题,能够满足高精度工程建设的需要。导线测量在工程测量中所起的作用已经无法用其他方法替代,当前,全球定位系统(Global Position System,简称 GPS)已成为建立平面控制网的主要方法,但是,由于导线测量布设简单、每点只需与前后两点通视,选点方便,特别是在隐蔽地区和建筑物多而通视困难的城市,应用起来方便灵活,所以导线测量应用非常广泛。本文以条件平差理论为基础,通过工程实例,应用 Visual FoxPro 语言来实现一种闭合导线条件平差。

1 条件平差原理与方法

1.1 条件平差原理

条件平差的数学模型一般为^[1]

$$\begin{cases} A\Delta - W = 0 \\ A \begin{matrix} \sim \\ L \end{matrix} + A_0 = 0 \\ D \begin{matrix} \sim \\ \sigma_0^2 Q \end{matrix} = \sigma_0^2 \begin{matrix} \sim \\ P^{-1} \end{matrix} \end{cases} \quad (1)$$

条件平差以 n 个观测值的平差值 $\tilde{L}_{n \times 1}$ 作为未知数,列出 v 个未知数的条件式,在满足最小二乘原理

($V^T P V = \min$) 情况下,用条件极值的方法求出一组 V 值,进而求出平差值 $\hat{L} = L + V$ 。

基础方程为 $AV - W = 0$ (条件方程) 及 $V = P^{-1}A^T K$ (改正数方程),将 n 个改正数方程和 r 个条件方程联立求解,就可以得到一组唯一的解: n 个改正数和 r 个联系数。通过法方程 $N_{aa}K - W = 0$,求出 K ,从而可求出改正数 V 以及平差结果 $\hat{L} = L + V$ 。

1.2 条件平差方法

求解闭合导线条件平差的方法与测量学中的导线计算过程大体一致,其主要过程的数学模型可以图 1 为例来进行严密解析说明。

如图 1 所示,其起算数据为起始点的坐标 (x, y) 及起始点的方位角 1 ,经过测量所得的各边距离和夹角,即 $X_1, Y_1, 1, D_1, D_2, D_3, \dots, 1$ 。

1.2.1 导线方位角的推算

导线中的方位角可由下式进行推导计算求得。

$$\alpha_i = \alpha_{i-1} + \beta_i \pm 180^\circ \quad (i = 2, 3, 4, \dots, M) \quad (2)$$

1.2.2 概略坐标的计算

根据闭合导线中所测量出的边长、夹角和其中的几何关系,计算出闭合导线各控制点的概略坐标,如公式(3)所示。

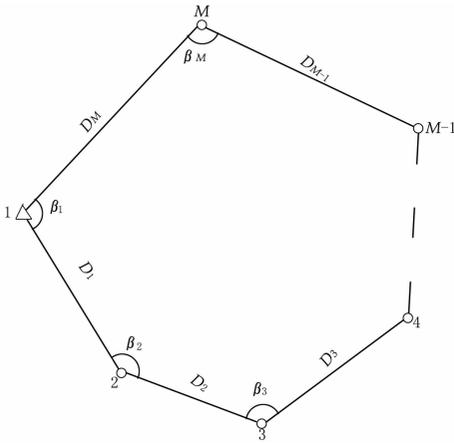


图 1 闭合导线示意

$$\begin{cases} X_2 = x_1 + D_1 \cos\alpha_1 \\ Y_2 = y_1 + D_1 \sin\alpha_1 \\ X_3 = x_2 + D_2 \cos\alpha_2 \\ Y_3 = y_2 + D_2 \sin\alpha_2 \\ \vdots \\ X_M = x_{M-1} + D_{M-1} \cos\alpha_{M-1} \\ Y_M = y_{M-1} + D_{M-1} \sin\alpha_{M-1} \end{cases} \quad (3)$$

1.2.5 组成条件方程式系数矩阵

条件方程式系数矩阵的组成为

$$A_{3,2M-5} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & & 1 & \cdots & 1 \\ \cos\alpha_1 & \cos\alpha_2 & \cdots & \cos\alpha_M & y_1 - y_2 & \cdots & y_1 - y_3 & & y_1 - y_m \\ \sin\alpha_1 & \sin\alpha_2 & \cdots & \sin\alpha_M & x_1 - x_2 & \cdots & x_2 - x_3 & & x_1 - x_m \end{bmatrix} \quad (7)$$

1.2.6 组成权矩阵

设 $m_\beta = \pm 2''$, $\sigma_0 = m_\beta$

$m_{D_i} = (2 \pm 2D_i 10^3 \text{ppm}) \text{mm}$, 则 $P_{D_i} = (2)^2 / (2 + 2D_i 10^3 10^{-6})^2 = 1 / (1 + D_i 10^{-3})^2$

则有

$$P_{2M,2M} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(1 + D_1 10^{-3})^2} & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(1 + D_2 10^{-3})^2} & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{(1 + D_{2M} 10^{-3})^2} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

1.2.3 观测值向量和条件方程式的组成

观测向量为采用高精度测量仪器,通过观测形成闭合导线中的各边距离与夹角组成的一组向量值,即

$$L_{2M,1} = (D_1, D_2, \cdots, D_M, \beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_M)^T \quad (4)$$

条件方程式的组成如公式(5)所示。

$$\begin{cases} V_{\beta_1} + V_{\beta_2} + \cdots + V_{\beta_M} + W_1 = 0 \\ W_2 = \sum_{i=1}^M D_i \cos\alpha_i \\ W_3 = \sum_{i=1}^M D_i \sin\alpha_i \end{cases} \quad (5)$$

1.2.4 计算条件方程式闭合差

闭合差是测量所得的实际值和理论值的差值,包括角度闭合差和坐标闭合差共 3 个闭合差参数,可由公式(6)计算得到。

$$\begin{cases} W_1 = \beta_1 + \beta_2 + \cdots + \beta_M - (M - 2) \times 180 \\ W_2 = \sum_{i=1}^M D_i \cos\alpha_i \\ W_3 = \sum_{i=1}^M D_i \sin\alpha_i \end{cases} \quad (6)$$

1.2.7 组成协因数阵

协因数阵为权矩阵的逆矩阵,观测向量的协因数阵为

$$Q = P^{-1} \quad (9)$$

1.2.8 组成法方程系数矩阵及逆矩阵

法方程系数矩阵由公式(10)进行计算,逆矩阵为对法方程系数矩阵求逆,即 Naa^{-1}

$$Naa = A Q A^T \quad (10)$$

1.2.9 解算联系数 K

联系数解算公式如下

$$K = Naa^{-1} \cdot w \quad (11)$$

1.2.10 求改正数 V

求解改正数用以下公式进行。

$$v = P^{-1} \cdot A^T \cdot K = Q \cdot A^T \cdot K \quad (12)$$

1.2.11 求平差值

平差值为观测向量值与改正数的和,即

$$\hat{L} = L + v \quad (13)$$

通过以上对导线的条件平差各步骤的解算,可以通过平差值计算出各点的坐标值,从而得到闭合导线条件平差计算的结果。

2 工程应用

2.1 工程简介

福建仙游抽水蓄能电站工程位于福建省莆田市仙游县西苑乡,属于周调节抽水蓄能电站。

该工程属大(一)型一等工程,主要永久性建筑物按 1 级建筑物设计,次要永久性建筑物按 3 级建筑物设计。

枢纽主要包括上水库、输水系统、地下厂房系统、地面开关站及下水库等工程项目。电站设计安装 4 台单机容量为 300 MW 的混流可逆式水泵水轮发动机机制,总装机容量为 1 200 MW (4 × 300 MW)。

本文选用上水库工程导流洞进口导线加密为例,运用导线条件平差理论,利用 Visual FoxPro 语言,实现闭合导线条件平差。

2.2 数据获取

(1) 起算数据。图 2 所示为上水库导流洞进口导线加密示意图,GPS-09 和 GPS-10 两个点为已知点, D_1 、 D_2 、 D_3 为导线加密点。起算数据中,GPS-09 和 GPS-10 坐标如表 1 所示,方位角可根据公式(14)计算到,观测边的距离由公式 15 求得。

$$\alpha_{AB} = \arctan \frac{(Y_B - Y_A)}{(X_B - X_A)} \quad (14)$$

$$D_{AB} = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2} \quad (15)$$

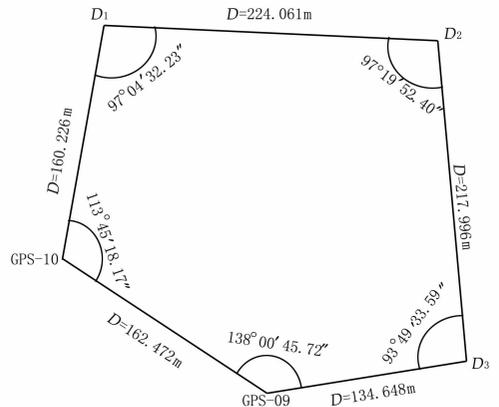


图 2 上水库导流洞进口导线加密示意

(2) 观测数据。观测数据包括两相邻点的观测边距离和观测左角。观测仪器为徕卡 TCR-802 数字全站仪,所获取的详细观测数据如表 1 所示。

表 1 起算数据及观测数据

| 点号 | X/ m | Y/ m | 观测左角/ (°) | 方位角/ (°) | 观测边/ m |
|--------|-------------|------------|--------------|-------------|-----------|
| GPS-09 | 2827097.533 | 353556.856 | 138.004572 | 146.404581 | 162.472 |
| GPS-10 | 2826961.769 | 353646.105 | 113.451817 | - | 160.226 |
| D_1 | - | - | 97.043223 | - | 224.061 |
| D_2 | - | - | 97.195240 | - | 217.996 |
| D_3 | - | - | 93.493359 | - | 134.648 |

2.3 数据计算处理与精度评价

2.3.1 闭合导线条件平差数据处理

根据上节所述的条件平差原理与方法,结合相关的数学模型,运用 2.2 节中所得出的已知起算数据和观测数据,在 Visual FoxPro 环境下进行程序设计编写,对闭合导线进行条件平差,计算结果如表 2 所示。

表 2 闭合导线条件平差计算结果

| 点号 | 观测左角/ (°) | 角度改正数/ (") | 平差角/ (°) | 角度中误差/ (") | 方位角/ (°) | 观测边/ m |
|--------|--------------|---------------|--------------|---------------|--------------|-----------|
| GPS-09 | 138.00457200 | -0.59135212 | 138.00451286 | 1.36304942 | 146.40458100 | 162.47200 |
| GPS-10 | 113.45181700 | -1.10846636 | 113.45170615 | 1.43334164 | 80.26028715 | 160.22600 |
| D_1 | 97.04322300 | -0.76107851 | 97.04314689 | 1.40561584 | 357.30343405 | 224.06100 |
| D_2 | 97.19524000 | 0.28415416 | 97.19526842 | 1.36370022 | 274.50270246 | 217.99600 |
| D_3 | 93.49335900 | 0.06674284 | 93.49336567 | 0.71989070 | 188.40006814 | 134.64800 |

| 点号 | 边改正数/mm | 平差边/m | 相对误差 | X/m | Y/m | 闭合差 β_{xy} |
|--------|-----------|------------|----------|---------------|--------------|------------------|
| GPS-09 | -1.050717 | 162.470949 | 1/116826 | 2827097.53300 | 353556.85600 | -2.115543 |
| GPS-10 | -1.230478 | 160.224770 | 1/117549 | 2826961.76900 | 353646.10500 | -2.014131 |
| D_1 | 0.496249 | 224.061496 | 1/156321 | 2826988.39705 | 353804.10197 | -5.406794 |
| D_2 | 1.478487 | 217.997478 | 1/155090 | 2827212.24691 | 353794.36582 | - |
| D_3 | -0.178634 | 134.647821 | 1/98737 | 2827230.64331 | 353577.14594 | - |

2.3.2 闭合导线条件平差精度评价

从表 2 中可以看出,闭合导线条件平差的闭合差分别为:角度闭合差 $f_{\beta} = -2.115\ 543''$,坐标闭合差分别为 $f_x = -2.014\ 131\ \text{mm}$, $f_y = -5.406\ 794\ \text{mm}$;实际测得的观测边总和为 $\sum D = 899.403\ \text{m}$ 。

闭合导线条件平差角度闭合差容许值可根据公式(16)求得,导线全长闭合差由公式(17)得,导线全长相对闭合差由公式(18)所求得。

$$f_{\beta\text{容}} = \pm 16\sqrt{n} \quad (16)$$

$$f_D = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \quad (17)$$

$$K = f_D / \sum D \quad (18)$$

根据以上公式求得 $f_{\beta\text{容}} = \pm 35.777''$, $f_D = 0.005\ 77\ \text{m}$, $K = 1/6\ 415\ 366$ 。所以角度闭合差 $f_{\beta} < f_{\beta\text{容}}$,导线全长相对闭合差小于二级导线测量的技术要求^[2],说明该闭合导线条件平差得数据成果合格。

3 结语

本文利用条件平差的原理和方法,结合工程实例,并根据平差数学模型利用 Visual FoxPro 软件来完成并实现了闭合导线的条件平差,经精度检验,该方法符合导线测量的技术要求,能够满足工程建设的要求,且有较高的精度。

闭合导线条件平差程序在工程测量中的闭合导线测量中可通用,同时在地形测量和地籍测量的首级控制网和图根级控制测量中均可使用,具有很强的普适性,同时对附和导线和导线网具有重要的借鉴意义。

参考文献:

- [1] 武汉大学测绘学院测量平差学科组. 误差理论与测量平差基础[M]. 武汉:武汉大学出版社,2003.
- [2] 中国有色金属工业协会. GB50026-2007 工程测量规范[S]. 北京:中国计划出版社,2012.

(编辑:邓玲)

Discussion of a condition adjustment method based on closed traverse

TAO Shun Yong, SONG Huashan, QIAN Zheng, CHEN Tan

(Sanxia Exploration and Survey Co., Wuhan 430074, China)

Abstract: Traverse survey has the advantages of easy setting, convenient measuring points selection, and is flexible especially in the situation of too many buildings and poor sighting condition. The principle of condition adjustment and the solution method of closed traverse condition adjustment are introduced. Taking Xianyou Pumped Storage Power Station as an example, the traverse at the entrance of the division tunnel of upper reservoir was increased. By using the principle of condition adjustment of traverse, the program was designed and compiled under Visual FoxPro, and the condition adjustment of closed traverse was realized. The check of practical project proved that the method has high accuracy, which can meet the requirement of project construction with strong practicability.

Key words: closed traverse; condition adjustment; calculation method

(上接第 60 页)

Study of settlement – reducing mechanism of co – action by settlement – reducing pile and reinforced soil cushion

LI Qiang, ZHAO Haifeng, LIU Guodong, YANG Jinbao

(Sanxia Exploration and Survey Co., Wuhan 430074, China)

Abstract: The foundation treatment technology of settlement – reducing pile together with reinforced soil cushion can efficiently control the settlement of back – filled foundation, which is economic. For better understanding the co – action mechanism of this composite foundation, the monitoring devices were arranged at the foundation of a multistory building, the monitoring program includes the following items: soil pressure, settlement of piles and the soil among piles, deformation of geogrid in the reinforced soil cushion, settlement of the building. The stress variation laws of pile and the soil among piles are analyzed, and deformation of geogrid and the settlement differences of piles and soil among piles are discussed. The results show that the action of settlement – reducing pile is controlling settlement, and the action of reinforced soil cushion is strengthening soil strength and coordinating deformation; the penetration phenomenon of pile to soil cushion is existed.

Key words: settlement – reducing pile; reinforced soil cushion; foundation treatment; settlement