

改进的“拟台体公式”及其在库容计算中的应用

魏万鸿¹, 宿 星^{1,2}, 吴玮江¹, 王得楷¹, 周自强¹

(1. 甘肃省科学院 地质自然灾害防治研究所, 甘肃 兰州 730000; 2. 兰州大学 西部环境教育部重点实验室, 甘肃 兰州 730000)

摘要:河(沟)道区库容计算精度取决于计算方法的选取。在对各种常用库容计算公式进行对比分析的基础上,改进了已有的“拟台体公式”,并分析了各种计算公式的计算精度及适用范围。结果表明,改进的拟台体计算公式适用于横断面为梯形的各种类型淤积体的体积计算,精度较高。研究结果为库容的准确合理计算提供了可靠的科学依据。

关 键 词:拟台体公式; 辛普森公式; 库容计算; 精度分析

中图法分类号: TV697

文献标志码: A

DOI:10.16232/j.cnki.1001-4179.2015.18.023

泥石流治理、水土保持、城市防洪及矿山环境治理等工程中常常需要计算泥石流拦挡坝、谷坊坝、淤地坝、拦沙坝等建筑物的库容。确定有效淤积量,是拦挡坝、谷坊坝、淤地坝、拦沙坝设计中的一个重要参数,关系到坝址的选择及坝高等设计方案最终确定。而库容计算成果的精度与可靠性取决于坝址区基础测量资料的准确性以及计算方法和计算公式的选取,因此研究库容计算方法是提高库容计算的可靠性和精度的途径之一。

1 常用库容计算公式

库容的计算方法散见于一些相关规范和文献中,较为典型的是《水文调查规范》所推荐的“淤积体规则概化的测算方法”^[1]和《水土保持综合治理技术规范——沟壑治理技术》推荐的“纵横断面法”^[2]。

由于拦挡坝等建筑物往往修建于纵坡较大,沟道宽度较小的槽式沟道中,坝内淤积体可以概化为横断面为三角形的三棱锥体和为梯形的簸箕状楔形体。这两种概化模型的体积可以用《水文调查规范》所推荐的“淤积体规则概化的测算方法”中“锥体公式”和“拟台体公式”进行计算。

《水文调查规范》推荐的“锥体公式”为

$$V = \frac{n^2}{(1+n)(1+2n)}ahL \quad (1)$$

式中, V 为锥体体积, m^3 ; L 为坝前至淤积末端的水平距离, m ; a 为坝前断面淤积表面宽, m ; h 为坝前最大淤积深, m ; n 为淤积体横断面形状指数,横断面分别为三角形、二次抛物线形、矩形和梯形时, n 的相应取值为1,2, ∞ 和1至 ∞ 间的适当值。

《水文调查规范》推荐的“拟台体公式”为

$$V = \frac{(a+b+c)hL}{6} \quad (2)$$

式中, V 为拟台体体积, m^3 ; b 为坝前断面淤积底部宽, m ; c 为淤积末端断面淤积表面宽, m 。

显然,上述规则概化是较为理想的一种状况,而天然沟道往往并不规则,当淤积体平面呈树叶状,或葫芦串状时,用上述公式难于准确计算淤积库容。此时,可采用断面法处理,即《水土保持综合治理技术规范——沟壑治理技术》所推荐的“纵横断面法”。

断面法计算模型把淤积体沿沟道方向分割成若干个拟台体,整体库容由拟台体体积积分所得。可在库区内沿沟道测一条纵断面,同时根据沟槽地形变化测出若干个桩号的横断面,见图1,求出各横断面的面积,用相邻两个断面面积的平均值乘其间距得出此部

收稿日期:2015-03-20

基金项目:国家“十二五”科技支撑计划项目(2011BAK12B06,2011BAK12B07);甘肃省科技支撑计划项目(1204FKCA153);

作者简介:魏万鸿,男,副研究员,主要从事地质工程与地质灾害防治研究。E-mail:873274908@qq.com

分的容积,累加各部分容积得出总容积。其计算公式(梯形公式)为

$$V = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} (s_i + s_{i+1}) L_i \quad (3)$$

式中, V 为淤积体体积, m^3 ; s_i, s_{i+1} 为各横断面面积, m^2 ; L_i 为各横断面水平距离, m 。

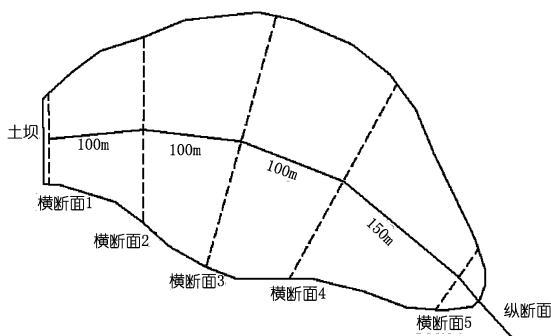


图1 库区纵横断面平面示意

淤积体体积也可用下式(截锥公式)进行计算

$$V = \sum_{i=1}^n \frac{1}{3} (s_i + s_{i+1} + \sqrt{s_i s_{i+1}}) \times L_i \quad (4)$$

由上述分析可知,库容计算根据沟道形态特征可分为两类计算模型:①当沟道地形变化不大,淤积区沟床宽度为由大到小或由小到大过渡时,可选用单体体积计算公式(单体法),如公式(1)、(2);②当淤积沟道不规则,淤积体呈树叶状、葫芦串状时,可采用纵横断面法公式进行计算(多体法),如公式(3)、(4)。

2 “拟台体公式”的讨论与改进

根据《水文调查规范》所推荐的“拟台体公式”各参数的表述可知,拟台体其实是一个底面为梯形的楔形体——“一条线段平行于一个平面图形,这条线段与这个平面图形组成的多面体叫楔形,平面图形叫楔形的底面^[3]”。该“拟台体公式”所计算的并非严格意义上的“拟台体”体积,而是一个倾向上游的底面为梯形的楔形体,因此,称该公式为“楔形体公式”更为确切。该公式可计算底面为梯形、棱形、平行四边形、矩形、正方形、三角形各种楔形的体积。我国著名的数学典籍《九章算术·商功》涉及到的体积公式,就已经述及该计算公式。

“楔形体公式”可以计算当沟道地形较为简单,淤积体宽度由小到大或由大到小渐变时所形成的淤积体体积。当沟道宽度变化较大,淤积体平面呈树叶状、葫芦串状等形状时,可根据沟道变化特点,将淤积体切割为若干段淤积体,分别计算各淤积体体积后累加,即可得到淤积库容。

选取某一个淤积体(见图2),设两侧梯形断面的

上底、下底、高分别为 a, b, h 及 a', b', h' , 断面间距为 L , 此淤积体可以分解为两个底面为梯形的“楔形体”。淤积体体积按公式(2)推导后为

$$V = \frac{(a + b + c)hL}{6} + \frac{(a' + b' + c')h'L}{6} \quad (5)$$

从图2不难发现,由两个底面为梯形的“楔形体”所组成的计算体可近似看作一个上下底面为梯形的台体——“拟台体”,公式(5)就是改进后的“拟台体公式”。

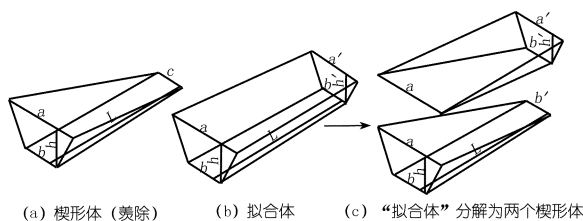


图2 淤积体概化

将所有“拟台体”体积相加,即可得改进后的库容计算公式

$$V = \sum_{i=1}^n \frac{L_i}{6} [(a_i + b_i + b_{i+1})h_i + (a_{i+1} + b_{i+1} + a_i)h_{i+1}] \quad (6)$$

改进后的拟台体公式不但可以计算拦挡坝库容,在管道和渠道开挖、土方平整、储量计算等方面均可广泛采用,进行工程量、储量等体积计算。

3 纵横断面法计算公式的讨论及精度分析

《水土保持综合治理技术规范——沟壑治理技术》所推荐的“纵横断面法”可以解决当沟道宽度变化较大,淤积体平面呈树叶状、葫芦串状等形状时,淤积体体积计算问题。规范推荐“梯形公式”、“截锥公式”进行计算。实际上,各分割体体积还可以采用“拟柱体公式”进行计算^[5],其表达式为

$$V = \frac{L}{6} [(s_1 + s_2 + 4s_0)] \quad (7)$$

式中, s_1, s_2 为拟柱体上底和下底的面积, m^2 ; s_0 为拟柱体中截面的面积, m^2 。

该公式又称“辛普森公式”,能计算圆柱、棱柱、圆锥、棱锥、圆台、棱台、球、球冠、球缺等各种多面体体积,被称之为“万能公式”^[5],通过测量沟床淤积体横断面面积可进行库容计算,也可通过测量库区淤积面(或水面)以下闭合等高线的面积进行库容计算^[3]

$$V = \sum \frac{1}{3} (s_i + s_{i+1} + 4s_{i+2}) h_i \quad (8)$$

式中, V 为淤积体体积, m^3 ; s_i, s_{i+1}, s_{i+2} 为相应等高线内面积, m^2 ; h_i 为等高线间距, m 。

假设在一长 350 m,沟底及两岸均呈平面的梯形沟道内修建拦挡坝(见表 1),按每 50 m 一个横断面,采用纵横断面法分别用前述 4 种方法计算库容,计算结果见表 2。

表 1 淤积体纵横断面数据					m
断面序号	顶宽 a	底宽 b	梯形高 h	断面间距 L	
1	40	22	12	50	
2	35	20	10	50	
3	30	18	8	50	
4	25	16	6	50	
5	20	14	4	50	
6	15	12	2	50	
7	10	10	0	50	

表 2 库容计算及误差对比					
计算公式	淤积量/ m^3	误差/%	计算公式	淤积量/ m^3	误差/%
梯形公式	43550	0.81	辛普森公式	43200	0
截锥公式	42993.41	-0.48	拟台体公式	43200	0

由表 2 可知,梯形公式和截锥公式计算所得库容误差均很小,一般情况下都小于 1%,能满足库容计算要求,其中,梯形公式计算成果偏大,而截锥公式计算成果偏小,因此,可根据沟道平面类型选择计算公式。一般情况下,沟道平面类型可分为凹型、直型、凸型 3 种(见图 3),可分别选用截锥公式、辛普森公式、梯形公式按各断面面积计算库容。辛普森公式在直形沟道内计算误差为 0,而对直形沟道概化后计算模型与改进后拟台体公式数学模型一致,不存在计算误差问题。

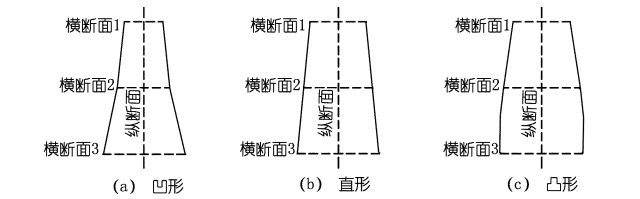


图 3 沟道平面类型

对各断面间体积及误差分析对比(见表 3)发现,当相邻断面面积差小于 40% 时,梯形公式计算误差小于 1%;相邻断面面积差小于 60% 时,截锥公式计算误差小于 1%。据此,可通过控制横断面间距,来提高计算精度,当相邻断面面积差小于 40%,计算精度已相当高了。由于河(沟)道式库区沟道一般呈“U”形或“V”形,拟台体公式极其适合进行库容分段计算,当沟床相对平直时,计算精度最高。

进一步分析不同淤积体类型在极端条件下(a, b, h 的极端值)误差大小,发现各计算公式总体误差范围为 -100% ~ 100%(见表 4),拟台体公式适用于各种

类型的淤积体体积计算,且误差为 0。各计算公式误差主要取决于断面形态、尺寸、楔形棱边长等,在实际操作中可以根据淤积体类型选择计算公式,以期达到较高精度。

表 3 分段体积及误差对比					%
淤积体 编号	体积计算误差 V_i/V				相邻断面面积差 $(s_i - s_{i+1})/s_i$
	梯形公式	截锥公式	辛普森公式	拟台体公式	
V1-2	0.36	-0.02	0.00	0.00	26.08
V2-3	0.50	-0.03		0.00	30.18
V3-4	0.75	-0.07	0.00	0.00	35.94
V4-5	1.24	-0.19		0.00	44.72
V5-6	2.52	-0.83	0.00	0.00	60.29
V6-7	9.46	-27.03		0.00	100.00

表 4 极端条件下淤积体体积计算误差值					%
淤积体类型	梯形公式	截锥公式	辛普森公式	拟台体公式	
拟台体	-100 ~ 50	-100 ~ 50	-50 ~ 100	0	
楔形体	-100 ~ 50	-100 ~ 0	0	0	
棱锥体	50	0	0	0	

4 结 语

沟道泥石流拦挡坝、谷坊坝、淤地坝、拦沙坝等建筑物的库容计算公式很多,需根据不同的地形条件,合理选择相应的计算公式,以满足计算精度要求,可从以下几个方面进行考虑。

(1)《水文调查规范》所推荐的“拟台体公式”实际上为楔形体体积计算公式,本文进一步推导后,得到改进的拟台体公式,用以计算各种复杂断面条件下的库容。所推荐的公式不但可以计算拦挡坝库容,在管道、渠道开挖、土方平整、储量计算等领域均可广泛采用,进行工程量、储量等体积计算。

(2)沟道地形条件较为复杂,进行库容计算时,应对淤积体形状进行概化处理,按其复杂程度可分为单段淤积体、多段淤积体;按其平面形状可分为凹型、直型、凸型 3 种类型。

(3)在纵横断面法库容计算公式中,除梯形公式、截锥公式等以外,本文还推荐了拟柱体计算公式——辛普森公式,该公式能计算圆柱、棱柱、圆锥、棱锥、圆台、棱台、球、球冠、球缺等各种多面体体积,被称之为“万能公式”。

(4)梯形公式、截锥公式、辛普森公式计算所得库容误差均很小,一般情况下都小于 1%,可针对沟道平面类型(凹型、直型、凸型)分别选用截锥公式、辛普森公式、梯形公式进行库容计算。为提高库容计算精度,推荐相邻断面面积差不大于 40%。

(5) 各计算公式误差主要取决于断面形态、尺寸、楔形棱边长等,在实际操作中可以根据淤积体类型选择计算公式,以期达到较高精度。

参考文献:

[1] SL196-97 水利行业标准[S].
[2] GB/T 16453.3-1996 水土保持综合治理技术规范-沟壑治理技术[S].
[3] 杜玉柱.地形法计算库容的公式分析[J].水文,2008,28(4):54

-56.
[4] 张景中.求体积的万能公式-拟柱体公式[J].数学教学通讯,2009,(8):17.
[5] 高圣益,李成国.水库库容测量技术研究[J].人民长江,2007,38(10):98-99.
[6] 周伟达.楔形的体积公式及应用[J].中等职业教育,2007,(2):46-48.

(编辑:常汉生)

Improved "pseudo - platform body formula" and its application in storage capacity calculation

WEI Wanhong¹, SU Xing^{1,2}, WU Weijiang¹, WANG Dekai¹, ZHOU Ziqiang¹

(1. Geological Hazards Prevention Institute, Gansu Academy of Science, Lanzhou 730000, China; 2. Key Laboratory of Western China's Environmental Systems of Ministry of Education, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China)

Abstract: The accuracy of storage capacity calculation in the rivers and gullies depends on the selection of calculation method. Based on the comparative analysis of a variety of commonly used computational formulas in storage capacity calculation, the existing "pseudo - platform body formula" is modified, and the accuracy and application scope of these formulas are analyzed. The results show that the improved "pseudo - platform body formula" is feasible in calculating the volumes of all types of deposition bodies with trapezoid cross - section and the calculation error is small. The research results provide a reliable scientific basis for accurate and reasonable calculation of reservoir storage capacity.

Key words: pseudo - platform body formula; Simpson's formula; reservoir storage capacity calculation; accuracy analysis

· 简 讯 ·

第十三届海峡两岸农田水利技术研讨会胜利召开

2015 年 9 月 11 日,第十三届海峡两岸农田水利技术研讨会在重庆召开,海峡两岸众多农田水利界的专家、学者、技术与管理人员等 70 余名代表出席了会议。
第十三届海峡两岸农田水利技术研讨会由中国水利学会农村水利专业委员会、台湾农田水利会联合会主办,中国水利学会农村水利专业委员会主任委员、水利部农水司司长王爱国,台湾农田水利会联合会会长林文瑞,重庆市水利局局长王

爱祖出席会议并致辞。研讨会分别由中国水利学会农村水利专业委员会副主任委员、中国灌排中心副主任闫冠宇和台湾农田水利会联合会副总干事张玉秀主持。会议期间,海峡两岸十余名专家、学者就农田节水灌溉技术、灌区信息化建设、农田面源污染控制技术、灌区管理等方面进行了专题讲座与深入探讨。
(长江)

· 更 正 ·

2015 年《人民长江》第 17 期“乌江彭水水库分期汛限水位探究”一文,作者为管益平,其作者单位包含两个机构,分别为:
1. 国家大坝安全工程技术研究中心;2. 长江勘测规划设计研究有限责任公司。特此更正。