

改进最小势能法与 Bishop 法边坡稳定计算对比分析

温树杰^{1,2}, 孙加平¹, 胡国保¹, 孙汉正¹, 李 铀²

(1. 江西理工大学 建筑与测绘工程学院, 江西 赣州 341000; 2. 中南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410075)

摘要:最小势能法是边坡稳定性分析的新方法,而滑面上储存的剪切势能是滑体系统总势能不可或缺的一部分,因此针对任意形状滑面,提出一种考虑滑裂面上剪切势能的最小势能法。为验证改进后最小势能法的合理性,将其与 Bishop 法从理论以及算例方面进行了对比分析。结果表明:改进后的最小势能法是合理且可行的,可以用于边坡稳定性的评价;最小势能法无需划分条块及迭代,分析计算过程简洁,相比 Bishop 法有一定的优势,便于在工程中推广应用。

关 键 词:最小势能法; 边坡稳定性; 滑裂面; Bishop 法

中图法分类号: P642

文献标志码: A

DOI:10.16232/j.cnki.1001-4179.2015.22.010

边坡失稳引起的滑坡已成为世界三大自然灾害之一,因此边坡的稳定性评价至关重要,许多学者对此作出很多研究^[1-4],提出了多种边坡稳定性分析方法,其中基于极限平衡理论的 Bishop 法在工程中的应用最为广泛^[5-8]。Bishop 法具有考虑了条间力以及安全系数定义物理意义明确等优点,但对条间力作出了一些可能与实际受力状态不相符的假设,同时需要迭代,计算过程复杂。最小势能法是近年来发展起来的一种新方法,它首先将滑体看作不变形的刚体,设定一个虚位移,然后依据最小势能原理求出虚位移,根据力与位移的关系直接得到滑面上的法向力,最后按照抗滑力与下滑力的比值确定安全系数,评判坡体的稳定状况,前期的研究成果表明了该方法的合理性和工程适用性^[9-12]。相比于 Bishop 法,最小势能法具有以下优点:①从理论推导过程来看,最小势能法满足力的平衡条件,理论推导更加严密。②最小势能法不需要划分条块,将滑体作为一个整体,减少了条间力的各种与实际不完全相符的假设,并且可以直接求出法向力。③最小势能法由于法向力求解的方便,最终给出了安全系数的显式解,不需迭代,为编程计算提供方便。

在最小势能法理论的基础上,本文考虑了滑面上

储存的剪切势能,提出了一种计算任意形状滑裂面上剪切势能的方法。为了验证改进后最小势能法的合理性,本文从计算模型、法向力的求解、安全系数的定义方面将最小势能法与 Bishop 法进行对比,并通过具体的算例对比分析其对边坡稳定状况评价的可靠性,为实际工程提供参考依据。

1 计算方法对比分析

1.1 改进最小势能法

如图 1 所示的边坡,滑面方程为 $y = f(x)$,在建立计算模型时需引入如下假定:滑体作为一个刚性体,滑裂面上任意长度 dl 上发生弹性变形,弹簧的劲度系数 k 与 dl 成正比,即 $k = mdl$ (m 是土层的地基系数);坡

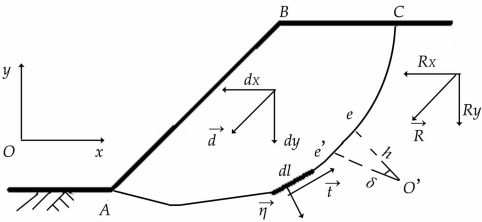


图 1 改进最小势能法计算模型示意

收稿日期:2015-03-29

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51304084);江西省青年科学基金项目(20122BAB216003)

作者简介:温树杰,男,副教授,博士,主要从事岩土体的稳定与监测方面的研究,E-mail:jttwsj@163.com.

体在外力 $\vec{R} = (R_x, R_y)$ 作用下产生一个虚位移 $\vec{d} = (d_x, d_y)$, 此时系统所具有的势能最小。

由于滑裂面方程已知, 则滑面上的外法线单位向量 $\vec{\eta}$ 以及切向单位向量可以表示为

$$\begin{cases} \vec{\eta} = (\vec{\eta}_x, \vec{\eta}_y) = \left[\frac{f'(x)}{\sqrt{1+[f(x)]^2}}, \frac{-1}{\sqrt{1+[f(x)]^2}} \right] \\ \vec{t} = (\vec{t}_x, \vec{t}_y) = \left[\frac{1}{\sqrt{1+[f(x)]^2}}, \frac{f'(x)}{\sqrt{1+[f(x)]^2}} \right] \end{cases} \quad (1)$$

滑体储存的势能由弹性压缩势能以及剪切势能组成, 其中弹性压缩势能 V_e 为

$$V_e = \frac{1}{2} \int_l k(\vec{d} \cdot \vec{\eta})^2 = \frac{1}{2} \int_l m(\vec{d} \cdot \vec{\eta})^2 dl \quad (2)$$

式中, dl 为滑面上微分弧长。

滑裂面上的法向应力为

$$\sigma = \frac{dN}{dl} = \frac{m(\vec{d} \cdot \vec{\eta}) dl}{dl} = m(\vec{d} \cdot \vec{\eta}) \quad (3)$$

式中, dN 为微面上的法向力。

采用莫尔库伦准则确定滑面上剪切应力, 即

$$\tau = c + \sigma \tan \varphi = c + m(\vec{d} \cdot \vec{\eta}) \tan \varphi \quad (4)$$

设滑床剪切应变为 δ , 剪切位移为 d' , 受剪应变扰动的高度为 h , 则根据图 1 的几何关系可得

$$\delta = \frac{d'}{h} = \frac{\vec{d} \cdot (-\vec{t})}{h} \quad (5)$$

则滑裂面上的剪切势能为

$$V_\tau = \frac{1}{2} \int_v \tau \delta dv = \frac{1}{2} \int_l \tau \delta h dl = \frac{1}{2} \int_l \tau d' dl \quad (6)$$

则滑体系统的总势能函数为

$$V = V_e + V_\tau - \vec{R} \cdot \vec{d} = \frac{1}{2} \int_l m(\vec{d} \cdot \vec{\eta})^2 dl + \frac{1}{2} \int_l \tau d' dl - R_x d_x - R_y d_y \quad (7)$$

根据最小势能原理, 整个系统的势能最小时应有

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial d_x} = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial d_y} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

解式(8)可得 d_x, d_y , 然后将 d_x, d_y 代入式(3)、(4)便可求得滑裂面上的法向应力 σ 和剪切应力 τ 。

安全系数 F_s 定义为沿位移 \vec{d} 方向上的抗滑力 F_{anti} 与下滑力 F_{slip} 和的比值^[13], 即

$$F_s = \frac{F_{\text{anti}}}{F_{\text{slip}}} \quad (9)$$

1.2 Bishop 法

Bishop 法将安全系数 F_s 定义为各土条滑动面抗剪强度之和 τ_f 与实际产生的剪应力之和 τ 的比^[14]。该

法假定各土条底部滑动面上的抗滑安全系数均相同, 并且考虑条间力的作用, 如图 2 所示的边坡, 圆弧形滑面半径为 R , 将滑体划分成 n 条块, 条块宽度为 b_i , 不考虑孔隙水压力, 由莫尔库伦强度准可得滑裂面上的抗剪力为

$$T_i = N_i \tan \varphi / F_s + c b_i \sec \alpha_i / F_s \quad (10)$$

式中, F_s 是坡体的安全系数; c 是土体的凝聚力; φ 是土体内摩擦角; N_i 是土条的法向力; α_i 是土条滑动面 i 的法线 (亦即圆弧半径) 与竖直方向的夹角。

由第 i 条块的静力平衡条件可得

$$N_i \cos \alpha_i + T_i \sin \alpha_i = W_i + X_{i+1} - X_i \quad (11)$$

式中, W_i 是土条 i 的重力; X_i 是土条 i 左侧的切向力; X_{i+1} 是土条 i 右侧的切向力。

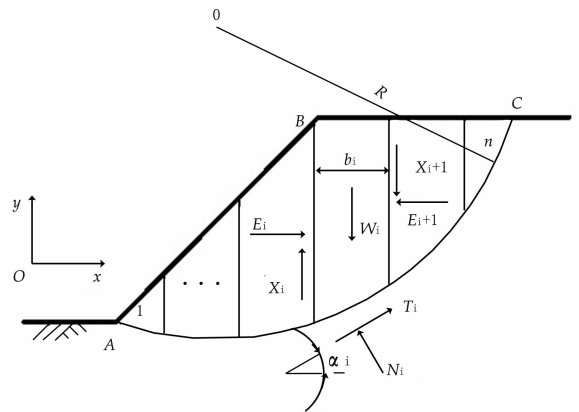


图 2 Bishop 法计算模型示意

联立式(10)、(11)可得

$$N_i = (W_i + X_{i+1} - X_i - \frac{c b_i \tan \alpha_i}{F_s}) / F_s \quad (12)$$

其中, $m_{\alpha} = \cos \alpha_i (1 + \frac{\tan \varphi \tan \alpha_i}{F_s})$

由对圆心的力矩平衡方程可得

$$\sum_{i=1}^n T_i R = \sum_{i=1}^n W_i R \sin \alpha_i \quad (13)$$

因此, 可得坡体的安全系数表达式

$$F_s = \frac{\sum \frac{1}{m_{\alpha_i}} [c b_i + W_i \tan \varphi]}{\sum W_i \sin \alpha_i} \quad (14)$$

1.3 理论对比分析

从两种方法的计算模型来看, 二者均假定滑体为刚性体, 但最小势能法假定坡体在滑裂面上发生弹性压缩变形与剪切变形; Bishop 法假定条间力合力方向平行于轴, 这与坡体的实际受力状况可能不符, 而最小势能法将滑体作为一个整体, 不存在条间力的假定。

从法向力的求解方式来看, 最小势能法明显优于 Bishop 法。最小势能法将弹性地基梁模型引入坡体的

稳定性计算中,给出了安全系数的显式解,便于程序的实现,而 Bishop 法给出的安全系数是隐式解,需要进行迭代才能求解,并且编程时程序中需要使用循环语句,给程序的编写带来困难。

从安全系数的定义来看,二者出发的角度不同。Bishop 法将安全系数定义为各个条块滑裂面抗剪强度之和 τ_f 与实际产生的剪应力之和 τ 的比值,实际是强度折减的原理,而最小势能法采用抗滑力与下滑力的比值作为安全系数定义方式。以上两种方法的安全系数定义方式均具有明确的物理意义,Bishop 法由于考虑了条间力增加了该方法的精确性,但是该种安全系数的定义方式求解较为复杂并且会遇到数值分析问题,而最小势能法采用的安全系数的定义方式可以避免以上的问题,且适用于任意形状的滑裂面,应用范围更广。

2 算例对比分析

如图 1 所示的边坡,滑面方程为 $y = 143.1702 - \sqrt{63.1908^2 - (x - 58.3852)^2}$,坡高 $h = 20\text{ m}$,坡比 $i = 1:1.25$,A、B 点坐标依次为(60,80),(85,100),土体物理力学参数分别为 $\gamma = 18.4\text{ kN/m}^3$, $c = 15\text{ kPa}$, $\varphi = 20^\circ$ 。

采用两种不同的方法分别计算,最小势能法所得的安全系数为 1.158,Bishop 法所得的安全系数为 1.161,两种方法的计算结果非常接近,仅相差 0.003,这说明改进后的最小势能法是可行且合理的,可以用于边坡的稳定性评价。

为了进一步对比验证,本文采取控制变量法探究单因子对坡体稳定状况的影响。其它参数不变,在不同凝聚力情况下 Bishop 法和最小势能法的安全系数见表 1;在不同内摩擦角 φ 情况下,Bishop 法和最小势能法的安全系数见表 2;在不同坡比情况下 Bishop 法和最小势能法的安全系数见表 3。

表 1 不同凝聚力下 Bishop 法和最小势能法的安全系数		
c	Bishop 法	最小势能法
5	0.966	1.055
10	1.063	1.108
15	1.161	1.158
20	1.258	1.205
25	1.355	1.247

从表 1~3 可以看出两种方法计算的安全系数相近,其中表 1 中的数据最大相差 0.108,最小相差 0.003;表 2 中的数据最大相差 0.167,最小相差 0.037;表 3 中的数据最大相差 0.186,最小相差 0.003,说明改进后的最小势能法适用于边坡的稳定性

分析,具有一定的可靠性。

表 2 不同内摩擦角下 Bishop 法和最小势能法的安全系数		
φ	Bishop 法	最小势能法
16	0.976	1.135
19	1.114	1.151
22	1.256	1.178
25	1.405	1.238
28	1.561	1.488

表 3 不同坡比下 Bishop 法和最小势能法的安全系数		
i	Bishop 法	最小势能法
1:1.25	1.161	1.158
1:1.50	1.169	1.275
1:1.75	1.211	1.325

同时,从表 1~3 中数据可以看出,最小势能法与 Bishop 法所计算的安全系数仍然有些差别。作者认为导致差别的原因主要有两个方面:① 二者的计算模型不同,Bishop 法划分了条块,对条间力进行了假定,最小势能法不划分条块,并且引入弹性地基模型进行分析计算;② 二者的安全系数定义方式不同,Bishop 法采用强度折减的方式进行安全系数的定义,而最小势能法将所有力在滑动方向上投影所得的抗滑力与下滑力的比值作为安全系数,必然导致计算结果不同。

3 结论

最小势能法是基于系统平衡时势能最小的原理进行边坡稳定性分析的一种方法,该法可以直接求解滑裂面上的法向力,给出安全系数的显式解。本文提出了一种可以求解任意形状滑面上储存剪切势能的方法,并且将改进后的最小势能法与 Bishop 法从理论以及算例方面进行对比分析,得到以下结论。

(1) 最小势能法不用划分条块,无需迭代,计算简便,这方面相比 Bishop 法存在一定的优势,便于在实际工程中推广应用。

(2) 改进后的最小势能法与 Bishop 法得到的安全系数结果几乎是一致的,并且两种方法的安全系数随着坡体力学参数以及几何参数的变化趋势相同,表明改进后的最小势能法是合理且可行的,可以用于边坡稳定性评价,具有好的工程实用价值。

(3) 改进后的最小势能法与 Bishop 法的计算结果仍存在一些差异,这种差异性主要由两种方法的计算模型以及安全系数的定义方式不同导致的。

参考文献:

[1] 蒋水华,李典庆,周创兵,等.考虑自相关函数影响的边坡可靠度分析[J].岩土工程学报,2014,36(3):509-516.
[2] 吴周明,傅军健.碎石土边坡稳定性及影响因素的数值模拟研究

[J]. 江西理工大学学报, 2012, 33(1): 31-34.

[3] 蒋忠明, 曾玲, 付宏渊, 等. 极端久雨条件下软岩边坡动态稳定性分析[J]. 中国公路学报, 2014, 30(3): 27-33.

[4] 张理, 龚鹁, 赵奎, 等. 工程岩体分类评价方法综述[J]. 有色金属科学与工程, 2010, (1): 92-95.

[5] 白桃, 黄晓明. 考虑土体参数空间变异性的边坡极限平衡法求解[J]. 西南交通大学学报, 2014, 49(4): 663-666.

[6] 黄景华, 陈朝英, 莫玻, 等. 考虑土体参数特性及分布形式对边坡可靠性的影响分析[J]. 四川大学学报, 2014, 46(3): 24-30.

[7] 刘传立, 刘小生, 李妍妍, 等. 基于 GEP 的金属矿尾矿坝变形预测模型研究[J]. 有色金属科学与工程, 2013, 4(6): 63-68.

[8] 郭志柳, 陈建东, 吴鹏, 等. 填土物理力学性质对路堤边坡稳定性影响的数值模拟[J]. 江西理工大学学报, 2012, 303(1): 33-38.

[9] 李小强, 白世伟, 李铀, 等. 最小势能方法在二维边坡稳定性分析中的应用[J]. 岩土力学, 2004, 25(6): 909-912.

[10] 温树杰, 田亮. 最小势能挡土墙支护边坡的最小势能稳定性分析方法[J]. 建筑科学, 2013, 29(7): 20-23.

[11] 王明华, 李小强, 白世伟, 等. 基于 GIS 和最小势能原理的斜坡稳定性三维分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(13): 2376-2377.

[12] 李铀, 陆洋, 李锐, 等. 锚杆(索)加固边坡的最小势能稳定性分析方法研究[J]. 岩土力学, 2008, 29(9): 2329-2334.

[13] 沈爱超, 李铀. 单一地层任意滑移面的最小势能边坡稳定性分析方法[J]. 岩土力学, 2009, 30(8): 2663-2666.

[14] 朱大勇, 邓建辉, 台佳佳, 等. 简化 bishop 法严格性的论证[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(3): 456-458.

(编辑: 赵凤超)

Comparative analysis on slope stability based on minimum potential energy method and Bishop method

WEN Shujie^{1,2}, SUN Jiaping¹, HU Guobao¹, SUN Hanzheng¹, LI You²

(1. School of Architecture and Surveying Engineering, Jiangxi University of Science and Technology, Ganzhou 341000, China; 2. School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075, China)

Abstract: The method of minimum potential energy is a new method in slope stability analysis, and the shear potential energy in the sliding surface is an indispensable part of the total potential. Therefore, a minimum potential energy method is put forward by consideration of the shear potential energy of the sliding surface. To validate the feasibility of the method, it was compared with Bishop method theoretically and through examples. The results show that the minimum potential energy method is feasible and reasonable, which can be used in the evaluation of slope stability. The minimum potential energy method is simple and convenient for slope stability analysis, in which the slice division and iteration are not required, therefore, it is superior to Bishop method and easy to be applied in engineering.

Key words: minimum potential energy method; slope stability; sliding surface; Bishop method

(上接第 34 页)

[22] Shiono K, Muto Y. Complex flow mechanisms in compound meandering channels with overbank flow[J]. Journal of Fluid Mechanizes, 1998, (376): 221-261.

[23] Toebes G H, Sooky A A. Hydraulics of meandering rivers with flood plains[J]. Journal of the Waterways and Harbors Division, 1967, 93(2): 213-236.

[24] Patra K C, Kar S K. Flow interaction of meandering river with flood-plains[J]. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, 2000, 126(8): 593-603.

[25] 梁志勇, 曾庆华, 周文浩, 等. 漫滩洪水水沙输移的数学模型及其初步验证[J]. 水动力学研究与进展, 1993, 8(2): 143-151.

[26] 陈立, 詹义正, 周宜林, 等. 漫滩高含沙水流滩槽水沙交换的形式与作用[J]. 泥沙研究, 1996, (2): 45-49.

[27] 曾庆华. 关于弯道的底沙运动问题[J]. 泥沙研究, 1982, (3): 59-65.

(编辑: 李慧)

Review on researches of flow and sediment transport in compound channels

WANG Qi, DONG Yaohua, QU Geng

(Changjiang Scientific Research Institute, Changjiang Water Resources Commission, Wuhan 430010, China)

Abstract: The movement characteristics of flow are influenced by the boundary conditions. Due to the special geometric features and boundary conditions of compound channel, the flow structure would be complicated when the overbank flow occurs, so the characteristics of flow and sediment transport are different from that of single channel. The velocity distribution, shear stress distribution, characteristics of flow resistance and sediment transport in straight and meander compound open channel are summarized and analyzed respectively. The research tendency of flow and sediment transport in compound overbank channel is forecasted in terms of the influence of the compound channel section shape, the momentum exchange in interactive zone of channel and beach, the motion characteristics of bed load and influence of natural conditions on flow and sediment transport characteristics.

Key words: compound channel; overbank flow; flow and sediment transport; shear force; flow resistance